#037★★☆☆ 2022.3.22 / 2023.7.29

2×2 分割表でのカイ二乗値を求める式を 2 通り。

2×2 分割表を考え、次のように変数を定義する。

	結果あり	結果なし	合計
原因あり	a	b	$a+b$
原因なし	c	d	$c+d$
合計	$a+c$	$b+d$	$N=a+b+c+d$

期待度数は例えば a のセルについて

$$E_a=\frac{(a+b)(a+c)}{N}$$

ように表せるので、カイ二乗値は分割表にある観測度数を用いて次式で計算できる。

$$\frac{(a-E_a)^2}{E_a}+\frac{(b-E_b)^2}{E_b}+\frac{(c-E_c)^2}{E_c}+\frac{(d-E_d)^2}{E_d}$$

いくつかの書籍やサイトでは別の式も掲載されている。$N=a+b+c+d$ なので、例えば、

$$O_a-E_a=a-\frac{(a+b)(a+c)}{N}=\frac{1}{N}\{a(a+b+c+d)-(a+b)(a+c)\}$$

$$=\frac{1}{N}(a^2+ab+ac+ad-a^2-ab-ac-bc)=\frac{1}{N}(ad-bc)$$

となり、他のセルについても同様になる。なお、$(ad-bc)$ ではく $-(ad-bc)$ となる場合もある。するとカイ二乗値は、

$$\chi^2=\frac{\left(\frac{1}{N}(ad-bc)\right)^2}{\frac{(a+b)(a+c)}{N}}+\frac{\left(\frac{1}{N}(ad-bc)\right)^2}{\frac{(a+b)(b+d)}{N}}+\frac{\left(\frac{1}{N}(ad-bc)\right)^2}{\frac{(c+d)(a+c)}{N}}+\frac{\left(\frac{1}{N}(ad-bc)\right)^2}{\frac{(c+d)(b+d)}{N}}$$

$$=\frac{1}{N}(ad-bc)^2\frac{(c+d)(b+d)+(c+d)(a+c)+(a+b)(b+d)+(a+b)(a+c)}{(a+b)(a+c)(c+d)(b+d)}$$

$$=\frac{1}{N}\frac{(ad-bc)^2\cdot(a+b+c+d)^2}{(a+b)(a+c)(c+d)(b+d)}=\frac{1}{N}\frac{(ad-bc)^2\cdot N^2}{(a+b)(a+c)(c+d)(b+d)}$$

$$=\frac{N\cdot(ad-bc)^2}{(a+b)(a+c)(c+d)(b+d)}$$

で得られる。