

数学の基本公式その1～指数・対数関数

高校で習う数学の基本公式について指数・対数関数について整理した。指数・対数関数は薬学においては、特に物質の時間的な増減の変化（薬物の吸収と消失、放射能の減衰、反応物質の増加と減少など）の説明に用いられる。

$$a > 0, b > 0 \text{ ならば、} \sqrt{a}\sqrt{b} = \sqrt{ab}, \sqrt{a}/\sqrt{b} = \sqrt{a/b}, (\sqrt[n]{a})^m = a^{\frac{m}{n}}$$

例えば、 $x^3 = 8$ のとき $x = 8^{\frac{1}{3}}$ のように表記できる。

$$a^0 = 1, a^{-n} = 1/a^n \ (a \neq 0), a^m \times a^n = a^{m+n}, a^m \div a^n = a^{m-n}, (a^m)^n = a^{m \times n}$$

$$\log_a 1 = 0 \ (a > 0), \log_a M + \log_a N = \log_a(MN), \log_a M - \log_a N = \log_a(M/N)$$

$$\log_a M^p = p \times \log_a M, \log_a M = \log_b M / \log_b a \quad (\text{底の変換})$$

特に底が 10 のとき常用対数、底が e のとき自然対数

$$(\log_e x)' = 1/x, (x^a)' = ax^{a-1}, (e^x)' = e^x$$

$$\int x^a dx = \frac{1}{a+1} x^{a+1} + C$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$$

(C は積分定数)

薬物動態解析でよく用いる微分方程式とその解

- ・一次減衰関数（例：線形 one-compartment intravenous injection model）

$$dx/dt = -k \cdot x \quad (\text{初期条件 } x(0) = x_0) \quad \rightarrow \quad x = x_0 \cdot e^{-kt}$$

*薬物動態モデルとして用いる場合には、分布容積 (Vd)などを組み込む工夫が必要。

k は一次消失速度定数と定義される。また、医療現場では点滴投与が多く点滴中と点滴終了後の場合分けしたモデルを用いる。

- ・逐次関数（例：線形 one-compartment oral absorption model）

$$dx_1/dt = -k_1 \cdot x_1 \quad (\text{初期条件 } x_1(0) = D) \quad \rightarrow \quad x_1 = D \cdot e^{-k_1 t}$$

$$dx_2/dt = k_1 \cdot x_1 - k_2 \cdot x_2 \quad (\text{初期条件 } x_2(0) = 0) \quad \rightarrow$$

$$x_2 = \frac{D \cdot k_1}{k_1 - k_2} (e^{-k_2 t} - e^{-k_1 t})$$

*薬物動態経口投与モデルとして用いる場合には、バイオアベイラビリティ (F)、分布容積 (Vd)、吸収時のラグタイム (T_{lag})などを組み込む工夫が必要。

k_1 は一次吸収速度定数 (k_a)、 k_2 は一次消失速度定数 (k_e)と定義される。