#034★★★☆ 2022.2.12 / 2023.7.29

薬物速度論解析のためのラプラス変換（その４：薬物速度論以外で）。

その他のラプラス変換について例示した。薬物速度論とは直接関係しない。この記事を作成するにあたっては「細野敏夫ら、BASIC による高速ラプラス変換（共立出版、1985）を参考にした。

周期関数と微分方程式：次の公式を利用した例を示す。

$e^{-a\cdot t}\cdot sin(b\cdot t) \quad \leftrightarrow \quad b/[(s+a)^2+b^2]$

$e^{-a\cdot t}\cdot cos(b\cdot t) \quad \leftrightarrow \quad (s+a)/[(s+a)^2+b^2]$

$f^{(n)}(t) \ \Leftrightarrow \ s^n\cdot\tilde{f}(s)-s^{n-1}\cdot\tilde{f}(0)-s^{n-2}\cdot\tilde{f}'(0)-\ldots-\tilde{f}^{(n-1)}(0)$ で、例えば $n=2$ のとき、

$f^{(2)}(t)=f''(t) \ \Leftrightarrow \ s^2\cdot\tilde{f}(s)-s\cdot\tilde{f}(0)-\tilde{f}'(0)$

（例）関数 $f(t)$ について、次の微分方程式を解く。ただし、$f(0)=0, f'(0)=1$ とする。

$$\frac{d^2f(t)}{dt^2}+4\cdot\frac{df(t)}{dt}+5\cdot f(t)=0$$

$$s^2\cdot\tilde{f}(s)-s\cdot\tilde{f}(0)-\tilde{f}'(0)+4\cdot s\cdot\tilde{f}(s)-4\cdot s\cdot\tilde{f}(0)+5\cdot\tilde{f}(s)$$

$$=s^2\cdot\tilde{f}(s)-0-1+4\cdot s\cdot\tilde{f}(s)-0+5\cdot\tilde{f}(s)=0$$ よって、

$$\tilde{f}(s)=\frac{1}{s^2+4\cdot s+5}=\frac{1}{(s+2)^2+1^2} \quad \leftrightarrow \quad e^{-2\cdot t}\cdot sin(t)$$

グラフは、指数関数で表される「減衰」と、正弦関数で表される「周期」の積となる。